

فرض 2 | الدورة 2

## التمرين الأول

(A) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $Z^2 - 6Z + 25 = 0$  (1)  
 (B) المستوى  $(P)$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .  
 نعتبر في  $(P)$  النقط  $A$  ;  $B$  ;  $C$  التي أحاقها  $z_A = 2+i$  ،  $z_B = 3+4i$  و  $z_C = 6+3i$

(1) أحسب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 1-i$  ثم استنتج قياسا للزاوية  $(\widehat{AB, AC})$

(2) ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{3\pi}{2}$

(أ) حدد الصيغة العقدية للدوران  $R$   
 (ب) تحقق أن  $A$  هي صورة النقطة  $C$  بالدوران  $R$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

(3) لتكن  $D$  صورة النقطة  $C$  بالازاحة  $T$  ذات المتجهة  $\overrightarrow{BA}$

(أ) بين أن لحق النقطة  $D$  هو العدد  $z_D = 5$

(ب) أحسب  $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_B}$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$

## التمرين الثاني

الفضاء  $(\xi)$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

نعتبر في  $(\xi)$  النقط  $A(2, 4, 0)$  ،  $B(4, 0, 8)$  ،  $C(0, -4, 2)$  و  $D(-2, 5, -1)$

و المجموعة  $(S)$  للنقط  $M(x, y, z)$  بحيث :  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 8$

(1) حدد احداثيات  $\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OD}$  و استنتج أن معادلة المستوى  $(OCD)$  تكتب  $3x + 2y + 4z = 0$

(2) (أ) بين أن معادلة  $(S)$  تكتب  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 8z = 0$

(ب) استنتج أن  $(S)$  فلكة مركزها  $\Omega(3, 2, 4)$  و شعاعها  $R = \sqrt{29}$

(3) (أ) أحسب المسافة  $d(\Omega, (OCD))$  و استنتج أن المستوى  $(OCD)$  مماس للفلكة  $(S)$

(ب) أحسب الجداء  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$  و استنتج نقطة تماس  $(OCD)$  و الفلكة  $(S)$

(4) ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من  $E(10, 2, 6)$  و الموجه بالمتجهة  $\vec{u}(2, -1, -1)$

(أ) بين أن  $\overrightarrow{\Omega E} \wedge \vec{u} = 2\vec{i} + 11\vec{j} - 7\vec{k}$  و أحسب  $\frac{\|\overrightarrow{\Omega E} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$

(ب) استنتج أن  $(\Delta)$  مماس للفلكة  $(S)$  ثم حدد إحداثيات نقطة التماس